HOUSSEM

Durée : 2H

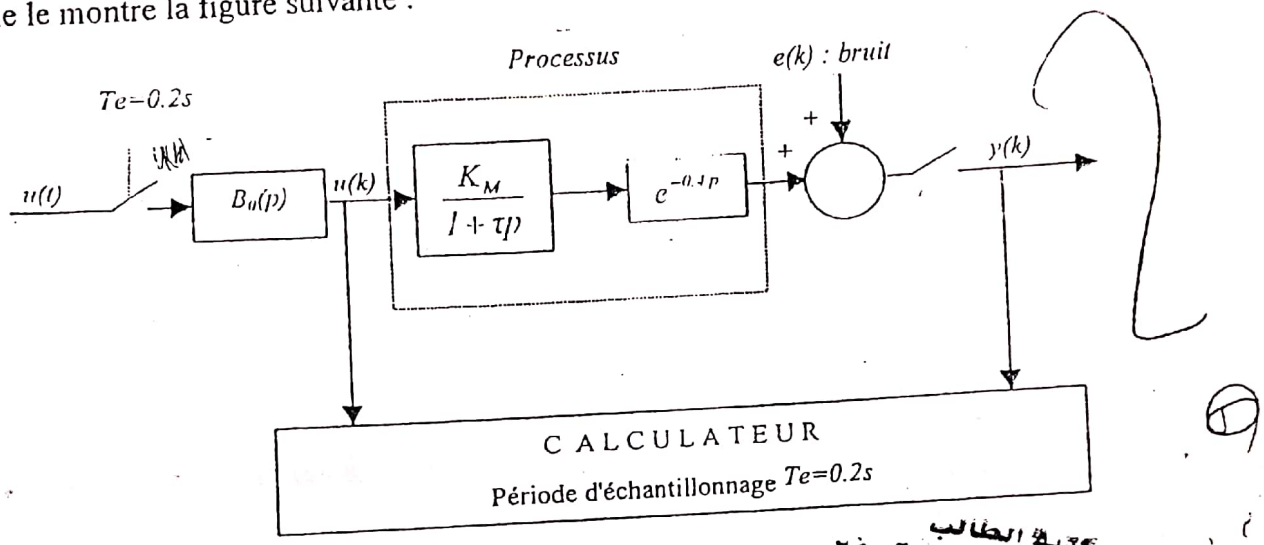
DEVOIR DE SYNTHESE

ANALYSE ET IDENTIFICATION DES PROCEDES

(Documents non autorisés)

Exercice 1 :

On réalise l'acquisition par calculateur de mesures effectuées sur un procédé industriel comme le montre la figure suivante :



On cherche à estimer K_M et τ.

1. On suppose que $e(k)=0$. Ecrire le modèle discret du système.
2. Estimer les valeurs de K_M et τ à partir des mesures suivantes :

k	<0	0	1	2	3	4	5	6	7
u(k)	0	1	1	1	1	1	1	1	1
y(k)	0	-0.1	0.11	-0.01	0.32	0.68	1	1.29	1.5

3. On admettra dans cette question que la séquence de bruit est gaussienne, à composantes non corrélés entre elles.

a) Donner l'équation du modèle *ARMA* : $A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + C(z^{-1})e(k)$

b) Peut-on utiliser la méthode des moindres carrés ordinaires pour l'estimation de K_M et τ. Justifier votre réponse.

c) Pour annuler le biais sur les paramètres estimés, un critère, basé sur la décorrélation du vecteur d'observation Φ et l'erreur de prédiction ε, est envisagé. Proposer et décrire une méthode associée à ce critère.

Scanné avec CamScanner

Exercice 2 :

Soit un système décrit par le modèle entrée-sortie suivant :

$$y(k) = -a_1 y(k-1) + b_1 u(k-1) + v(k)$$

où $u(k)$ et $y(k)$ représentent respectivement l'entrée et la sortie du système à l'instant discret k, $v(k)$ est un bruit blanc, et a_1 et b_1 sont les paramètres inconnus.

On donne sur le tableau suivant quelques valeurs mesurées de l'entrée $u(k)$ et de la sortie $y(k)$ du système considéré :

k	3	4	5	6	7
u(k)	-3	5	4	-3	-4
y(k)	3.54	1.12	4.92	9.03	6.97

1. Déterminer le vecteur des paramètres estimé $\hat{\theta}^T(5) = [\hat{a}_1(5) \quad \hat{b}_1(5)]$ en utilisant la méthode des moindres carrés ordinaires non récursif.
2. Calculer la variance du bruit $v(k)$.
3. Utiliser la méthodes des moindres carrés récursif pour déterminer le vecteur de paramètres estimé $\hat{\theta}(6)$.
4. Dans cette question, on suppose que le bruit v(k) est décrit par un modèle auto- régressif *AR* du type:

$$v(k) = \frac{e(k)}{1 + 0.36 z^{-1}}$$

où {e(k)} est une séquence de variables aléatoires indépendantes de moyenne nulle et de variance finie.

Formuler le problème d'estimation du vecteur des paramètres $\hat{\theta}(6)$ du modèle mathématique qui en résulte, en utilisant une méthode convenable d'estimation. Aucun calcul n'est demandé dans cette question.

5. On suppose maintenant que le bruit est décrit par le modèle à moyenne mobile *MA* suivant:

$$v(k) = e(k) + c_1 e(k-1)$$

Formuler de nouveau le problème d'estimation du vecteur des paramètres $\hat{\theta}(6)$ du modèle mathématique qui en résulte en utilisant une méthode convenable d'estimation pour ce type de modèles. Aucun calcul n'est demandé dans cette question.

محبة الطالب
مصلحة تثمين الوثائق تسليم
نسخ مد تثمين الوثائق - ورقلة
الكتب

BON TRAVAIL

Scanné avec CamScanner

$$-3,449 - 3,449 + 13,133 + 20 = 0$$

$$0,814 + 0,73 + 0,3k_2 + 3,346 + 2,29k_2 = 0$$

$$0,73 + 0,3k_2 + 0,814 + 3,346 + 2,29k_2 = 0$$

$$0,946 - 2k_2 + 0,946 - 2k_2 + 0,852 - 1,168k_2 + 0,4k_2^2 + 10 = 0$$

$$0,814 + 0,73 + 3,346 + 0,3k_2 + 2,29k_2 = 0$$

$$1,802 = 2,59k_2 \Rightarrow \boxed{k_2 = 0,6957}$$

$$\frac{4,89}{2,59} = k_2 = 1,88$$

مكتبة الطالب
نسخ و تشميع الوثائق تسفير
واصلاح الكتب - زريق
P 97 469 698

~~$0,814 + 0,73 + 0,3k_2 = 0,946 - 2k_2$~~

$$0,814 + 0,73 + 0,3k_2 - 3,346 + 2,29k + 0 = 0$$

$$0,814 + 0,73 + 3,346 = (-0,3 + 2,29)k_2$$

(2)

$$\frac{-1,802}{2,59}$$

$$\frac{4,89}{1,9} \quad +0,69$$

$$2,57$$

Scanné avec CamScanner

$y(t) = y_0 + v t$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_0 \\ v \end{bmatrix}$$

$$y(t) = \varphi(t)\,\theta$$

$$\Phi(2) = \begin{bmatrix} \varphi(0) \\ \varphi(1) \\ \varphi(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Phi^T(2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(\Phi \Phi^T) = \begin{bmatrix} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} & \end{bmatrix}$$

$$(\Phi \Phi^T)^{-1} = \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

$$\theta = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T y$$

مكتبة الطالب
مركز تنسخ الوثائق تسنت

Scanné avec CamScanner

modèle discret

$$\frac{Km\, e^{-0,4p}}{1+\tau p} = Km\, \frac{e^{-p\times 2\times 0,2}}{1+\tau p}$$

$$\text{L} \quad H(z) = Km\, \frac{1-e^{-0,2/\tau}}{z-e^{-0,4/\tau}}\, z^{-2}$$

$$H(z') = Km\, \frac{\left(1-e^{-0,2/\tau}\right) z^{-3}}{1-z^{-1}e^{-0,2/\tau}}$$

$$H(z') = \frac{b_1}{1+az^{-1}}$$

$$a = e^{-0,2/\tau}$$

$$b = Km\left(1-e^{-0,2/\tau}\right)$$

مكتبة الطالب
نسخ و تشميع الوثائق تسفير
واصلاح الكتب زريق
P 97 469 698

$$\frac{y(k)}{u(k)} = \frac{bz^{-3}}{1-az^{-1}}$$

$$y(k) - ay(k-1) = bz^{-3}u(k)$$

Scanné avec CamScanner

$$y(3) = a\,y(2) + b\,u(0)$$
$$y(4) = a\,y(3) + b\,u(1)$$
$$y(5) = a\,y(4) + b\,u(2)$$
$$y(6) = a\,y(5) + b\,u(3)$$
$$y(7) = a\,y(6) + b\,u(5)$$

$$\Phi(k) = \begin{bmatrix} -0,01 & 1 \\ 0,32 & 1 \\ 0,68 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1,29 & 1 \end{bmatrix}_{u2}$$

$$\Phi^T(k) \times \Phi(k) = \begin{bmatrix} -0,01 & 0,32 & 0,68 & 1 & 1,29 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}_{24\times}$$

$$\begin{bmatrix} 3,229 & 3,29 \\ 3,29 & 4 \end{bmatrix}$$

$$C\Phi^T Y(7) = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}_{25} \begin{bmatrix} 0,32 \\ 0,68 \\ 1 \\ 1,29 \\ 1,5 \end{bmatrix}_{5\times}$$

$$\begin{bmatrix} \times & 4\times 2 \\ & 4\times 79 \end{bmatrix}$$

Scanné avec CamScanner

modèle discret

$$\frac{Km\, e^{-0,4p}}{1+\tau p} = Km\,\frac{e^{-p\times 2\times 0,2}}{1+\tau p}$$

$$\Rightarrow H(z) = Km\,\frac{1-e^{-0,2/\tau}}{z-e^{-0,2/\tau}}\,z^{-2}$$

$$\boxed{H(z^{-1}) = Km\,\frac{\left(1-e^{-0,2/\tau}\right)z^{-3}}{1-z^{-1}e^{-0,2/\tau}}}$$

$$H(z^{-1}) = \frac{b_1}{1+a z^{-1}}$$

$$a = e^{-0,2/\tau}$$

$$b = Km\left(1-e^{-0,2/\tau}\right)$$

مكتبة الطالب
نسخ و تشميع الوثائق تسفير
واصلاح الكتب - زريق
P 97 469 698

$$\frac{y(k)}{u(k)} = \frac{bz^{-3}}{1-az^{-1}}$$

$$y(k) - a\,y(k-1) = bz^{-3}u(k)$$

Scanné avec CamScanner

$$y(3) = a\,y(2) + b\,u(0)$$
$$y(4) = a\,y(3) + b\,u(1)$$
$$y(5) = a\,y(4) + b\,u(2)$$
$$y(6) = a\,y(5) + b\,u(3)$$
$$y(7) = a\,y(6) + b\,u(4)$$

$$\Phi(k) = \begin{bmatrix} -0{,}01 & 1 \\ 0{,}32 & 1 \\ 0{,}68 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1{,}29 & 1 \end{bmatrix} \quad 42$$

$$\Phi^T(k) \times \Phi(k) = \begin{bmatrix} -0{,}01 & 0{,}32 & 0{,}68 & 1 & 1{,}29 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad 24$$

$$\begin{bmatrix} 3{,}229 & 3{,}290 \\ 3{,}290 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Phi^T Y(7) = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}_{25} \begin{bmatrix} 0{,}32 \\ 0{,}68 \\ 1 \\ 1{,}29 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}_{57}$$

$$\begin{bmatrix} x & 4\times 2 \\ & 4\times 79 \end{bmatrix}$$

Scanné avec CamScanner

$$\begin{bmatrix} 3,28 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\det A = 2,1576$$

$$\begin{bmatrix} 3,229 & 3,28 \\ 3,28 & 4 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{2,1576} \begin{bmatrix} 4 & -3,28 \\ -3,28 & 3,229 \end{bmatrix}$$

مكتبة الطالب
نسخ و تشميع الوثائق تسفير
واصلاح الكتب - زريق
P 97 469 68

$$= \begin{bmatrix} 1,85 & -1,52 \\ -1,52 & 1,49 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\theta}(7) = \begin{bmatrix} 1,85 & -1,52 \\ -1,52 & 1,49 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4,12 \\ 4,74 \end{bmatrix}_{21}$$

$$\hat{\theta}(7) = \begin{bmatrix} 0,324 \\ 0,874 \end{bmatrix} \begin{matrix} \rightarrow \hat{a} \\ \rightarrow \hat{b} \end{matrix}$$

$$a = 0,324 = e^{-0,12/\tau}$$

$$b = 0,874 = Km\left(1 - e^{-0,12/\tau}\right)$$

Scanné avec CamScanner

$\tau \log(0,734) = -0,2$

$\tau = \frac{-0,2}{\log(0,734)} = +0,18$ $\boxed{\tau = 0,18}$

$Km = \frac{b}{(1 - e^{-92/\tau})} = \frac{0,874}{(1 - e^{-0,2/0,18})}$

$Km = \frac{0,874}{0,67} = 1,3$

$\boxed{Km = 1,3}$

Scanné avec CamScanner

A.U. : 2000/2001
Classe : GEA2
Durée : 2H

Analyse et Identification des Procédés

Devoir de Contrôle

(Sans documents)

A - Soit le système suivant :

$$y(k) = -a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) + b_0 u(k-1)$$

Soit le tableau de mesures suivant :

k	1	2	3	4	5
$u(k)$	1	-1	0	1	0
$y(k)$	0.000	1.000	-1.500	0.050	2.075

Les séquences de signaux $u(k)$ et $y(k)$ étant nulles pour $k \leq 0$.

1 • Estimer, par la méthode des moindres carrés ordinaires, les paramètres du modèle aux instants $k = 4$ et $k = 5$.

2 • Par la méthode récursive des moindres carrés, calculer $\hat{\theta}(5)$ à partir de $\hat{\theta}(4)$. Conclure.

B - L'objectif est d'estimer deux paramètres a et b à la base d'une mesure des combinaisons linéaires.

b1- A la base de la première mesure suivante portant sur la somme des deux paramètres à estimer, est ce qu'on peut appliquer la méthode des moindres carrés ordinaires pour déterminer le vecteur $\hat{\theta}$ (justifier la réponse) ?

$y(1) = \hat{a} + \hat{b} + v(1) = 0.2$ → (Mesure N° 1)

Scanné avec CamScanner

b2- On effectue une deuxième mesure portant encore sur la somme des paramètres a et b :

$$y(2) = \hat{a} + \hat{b} + v(2) = -0.1 \quad \rightarrow \text{(Mesure N° 2)}$$

Peut-on appliquer la méthode des moindres carrés ordinaires pour estimer $\hat{\theta}$?
Justifier la réponse.

b3- La deuxième mesure est remplacée par une mesure portant sur la différence des deux paramètres :

$$y(2) = \hat{a} - \hat{b} + v(2) = 1.9 \quad \rightarrow \text{(Mesure N° 2 retenue)}$$

Appliquer la méthode des moindres carrés ordinaires pour estimer les paramètres a et b.

b4 - On effectue une troisième mesure :

$$y(3) = 2\hat{a} + \hat{b} + v(3) = 1 \quad \rightarrow \text{(Mesure N° 3)}$$

Caculer $\hat{\theta}(3)$ en appliquant :

b4-1 : La méthode des moindres carrés ordinaires
b4-2 : La méthode des moindres carrés récursifs

Scanné avec CamScanner

$y(k) = -a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) + b_0 u(k-1)$

Méthode des moindres carrés récursive :

on commence pour $k = 2$

$$\hat{\theta}(k) = \left[\phi^T(k)\phi(k)\right]^{-1} \phi^T(k)\, Y(k)$$

avec $Y(k) = \begin{pmatrix} y(2) \\ y(3) \\ y(4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1,5 \\ 0,5 \end{pmatrix}$

$$\phi(k) = \begin{bmatrix} -y(1) & -y(0) & u(1) \\ -y(2) & -y(1) & u(2) \\ -y(3) & -y(2) & u(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1,5 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & +1 & -1 \\ +3 & 5,5 & -1,5 \\ -1 & -1,5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\theta}(k) = \begin{bmatrix} 0,5 \\ +0,7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\left[\phi^T(k)\phi(k)\right] = \begin{bmatrix} 3,25 & -1,5 & 1 \\ -1,5 & +1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \hat{\theta}(k) = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\theta}(5) = \left[\phi^T(5)\phi(5)\right]^{-1} \phi^T(5)\, Y(5)$$

on commence pour $k = 2$. $\Rightarrow Y(5) = \begin{pmatrix} Y(2) \\ Y(3) \\ Y(4) \\ Y(5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,5 \\ 0,5 \\ -1,075 \end{pmatrix}$

$$\phi(5) = \begin{bmatrix} -y(1) & -y(0) & u(1) \\ -y(2) & -y(1) & u(2) \\ -y(3) & -y(2) & u(3) \\ -y(4) & -y(3) & u(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1,5 & -1 & 0 \\ -0,5 & 1,5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \left[\phi^T(5)\phi(5)\right]^{-1} = \begin{bmatrix} 0,786 & 0,645 & -0,571 \\ 0,645 & 0,929 & -0,668 \\ -0,571 & -0,668 & 0,845 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\theta}(5) = \begin{bmatrix} 0,517 \\ 0,134 \\ 0,993 \end{bmatrix}$$

Scanné avec CamScanner

$\hat{\theta}(5) = \hat{\theta}(4) + P(5)\,\gamma(5)\,\left(y(5) - \gamma^T(5)\,\hat{\theta}(4)\right)$

$P(5) = \begin{bmatrix} 0,502 & 0,243 & -0,251 \\ 0,243 & 0,425 & -0,121 \\ -0,251 & -0,121 & 0,625 \end{bmatrix}$

$\hat{\theta}(5) = \begin{bmatrix} -0,574 \\ 1,55 \\ 0,221 \end{bmatrix}$

$P(5)\gamma(5) = \begin{bmatrix} 0,28 \\ 0,504 \\ 0,255 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 0,511 \\ 0,1234 \\ 0,93 \end{bmatrix}$

$P(5) = \begin{bmatrix} 0,426 & 0,645 & -0,571 \\ 0,645 & 0,929 & -0,662 \\ -0,571 & -0,662 & 0,842 \end{bmatrix}$

$\gamma(5) = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

· Il y a convergence.

b-1 On ne peut pas appliquer la méthode des moindres carrés ordinaires pour déterminer le vecteur $\hat{\theta}$ car on a deux paramètres à estimer et on une seule mesure (il faut au moins deux mesures).

b-2 On ne peut pas appliquer la méthode des moindres carrés ordinaires pour trouver $\hat{\theta}$ car $\phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\phi^T\phi$ n'est pas inversible.

b-3 $\hat{\theta}(2) = \left[\phi^T(2)\,\phi(2)\right]^{-1}\phi^T(2)\,y(2)$

$\phi(2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ $\quad \phi^T(2)\phi(2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

$\left[\phi^T(2)\,\phi(2)\right]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

$\left[\phi^T(2)\,\phi(2)\right]^{-1}\phi^T(2) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ $\quad \begin{bmatrix} 0,2 \\ 1,3 \end{bmatrix}$ $\quad y(2) = \begin{bmatrix} 1,5 \\ -0,65 \end{bmatrix}$.

$\hat{\theta}(2) = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 0,65 \end{bmatrix}$ $\quad \hat{\theta}(2) = \begin{bmatrix} 1,01 \\ -0,01 \end{bmatrix}$

N.C. récurrent : $\hat{\theta}(3) = \left[\phi^T(3)\,\phi(3)\right]^{-1}\phi^T(3)\,y(3)$ avec $\phi(3) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $y(3) = \begin{bmatrix} 1,5 \\ -0,65 \\ 1,2 \end{bmatrix}$

récurrent : $\hat{\theta}(3) = \hat{\theta}(2) + P(3)\,\gamma(3)\left(y(3) - \gamma^T(3)\,\hat{\theta}(2)\right)$ avec $\gamma(3) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$P(3)\,\gamma^T(3) = \dfrac{P(2)\,\gamma(3)}{1 + \gamma^T(3)\,P(2)\,\gamma(3)}$

Scanné avec CamScanner

Devoir de Contrôle 2000/2001

Soit le système suivant :

$$y(k) = -a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) + b_0 u(k-1)$$

k	1	2	3	4	5
u(k)	1	1	0	1	0
y(k)	0	1	-1,1	0,01	0,011

Les séquences de signaux u(k) et y(k) étant nulles pour $k \leq 0$

1. Estimer, par la méthode des moindres carrés récursive, les paramètres du modèle aux instants 4 et 5
2. Par la méthode récursive des moindres carrés, calculer $\hat{\theta}(5)$ à partir $\hat{\theta}(4)$. Conclure

---

L'objectif est d'estimer deux paramètres a et b à la base d'une mesure des combinaisons linéaires

b1. A la base de la première mesure suivante peut-on déterminer la somme de deux paramètres à estimer, et ce que peut appliquer la méthode des moindres carrés récursive pour déterminer le vecteur $\hat{\theta}$ (Justifier la réponse) ?

$y(1) = \hat{a} + \hat{b} + v(1) = 0,2$ (Mesure N°1)

b2. On effectue une deuxième mesure portant encore sur la somme des paramètres a et b

$y(2) = \hat{a} + \hat{b} + v(2) = -0,1$ (Mesure N°2)

Peut-on appliquer la Méthode des moindres carrés récursive pour estimer $\hat{\theta}$?

Justifier la réponse.

b3. La deuxième mesure est remplacée par u
prenant ou la différence de deux paramètres :

$$y(2) = \hat{a} - \hat{b} + v(2) = 1,9 \quad \rightarrow \text{(Mesure N°2 re}$$

Appliquer la méthode des moindres carrés récursive pour les paramètres a et b

b4. On effectue une troisième mesure :

$$y(3) = \hat{a}\hat{a} + b \cdot u(2) - 1 \quad \text{(Mesure N°3}$$

Calculer $\hat{\theta}(3)$ en appliquant :

b4.1 : la méthode des moindres carrés ordinaire

b4.2 : la méthode des moindres carrés récursive

مكتبة الطالب
نسخ وتنسيق الوثائق تسفير
الكتب - زينة

A :

$$y(k) = -a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) + b_0 u(k-1)$$

1/ Méthode des moindres carrés ordinaire :

مكتبة الطالب
أدوات مدرسية
شارع عبد الله نعمة - قابس

$$\hat{\theta}(4) = \left[\phi^T(4)\,\phi(4)\right]^{-1} \phi^T(4)\,Y(4)$$

$$y(k) = \theta^T(k)\,\varphi(k)$$

avec $\theta(k) = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_0 \end{bmatrix}$ et $\varphi(k) = \begin{pmatrix} y(k-1) \\ -y(k-2) \\ u(k-1) \end{pmatrix}$

$$\phi(4) = \begin{bmatrix} \varphi^T(2) \\ \varphi^T(3) \\ \varphi^T(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y(1) & -y(0) & u(1) \\ -y(2) & -y(1) & u(2) \\ -y(3) & -y(2) & u(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1,1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\left[\phi^T(4)\,\phi(4)\right]^{-1} = \left[\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1,1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1,1 & -1 & 2 \end{bmatrix}\right]^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 3,21 & -1,1 & 1 \\ -1,1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{1}\begin{bmatrix} 2 & +3 & \\ 3 & 1,1 & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1,1 & -1,1 \\ -1 & -3 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ -1,2 \\ 0,02 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\theta}(4) = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1,1 & -1,1 \\ -1 & -3 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1,1 & 0 & 1 \\ 1,1 & -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,1 & -1 & -1 \\ -7,71 & 1,1 & -2,1 \\ 4,1 & -1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ -1,2 \\ 0,0 \end{bmatrix}$$

Scanné avec CamScanner

Tout calculé fait $\hat{\theta}(4) = \begin{bmatrix} 0,117 \\ 0,734 \\ 0,993 \end{bmatrix}$

$$\hat{\theta}(5) = \hat{\theta}(4) + P(5)\varphi(5)\varepsilon^0(5)$$
$$= \hat{\theta}(4) + \frac{P(4)\varphi(5)}{1 + \varphi^T(5)P(4)\varphi(5)}\left(y(5) - \hat{\theta}^T(4)\varphi(5)\right)$$

$$P(5) = \begin{bmatrix} 0,726 & 0,641 & -0,171 \\ 0,641 & 0,923 & -0,661 \\ -0,171 & -0,661 & 0,845 \end{bmatrix}$$

$$\varphi(5) = \begin{bmatrix} 1,17 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ Il y a convergence

b.1) On ne peut pas appliquer la méthode des moindres carrés récursifs car on a deux paramètres à estimer et on a seulement une seule mesure

$\rightarrow$ il nous faut une deuxième mesure

Scanné avec CamScanner

b.2. On ne peut pas appliquer la méthode de moindres carrés pour obtenir $\hat{\theta}$ car $\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \Phi^T \Phi$ n'est pas inversible

b-3 :

$$\hat{\theta}(2) = \left[\Phi^T(2)\,\Phi(2)\right]^{-1}\Phi^T(2)\,Y(2)$$

avec $\Phi(2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \left[\Phi^T(2)\,\Phi(2)\right]^{-1} = \begin{bmatrix} 0{,}1 & 0 \\ 0 & 0{,}1 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow \hat{\theta}(2) = \begin{bmatrix} 2{,}1 \\ 0{,}2 \end{bmatrix}$$

b.4 /

① $\hat{\theta}(3) = \hat{\theta}(2) + P(3)\,\varphi(3)\left(y(3) - \hat{\theta}^T(2)\,\varphi(3)\right)$

② $P(3)\,\varphi(3) = \dfrac{P(2)\,\varphi(3)}{1 + \varphi^T(3)\,P(2)\,\varphi(3)}$

مكتبة الطالب
نسخ و تشميع الوثائق تسفير
و علاج الكتب - زريق

Scanné avec CamScanner